

花粉形態学における数学的解析(上野式立方体理論)

正12面体 (カスミソウ・ツルノゲイトウ・サボテン等)

上野実朗*

Mathematical analysis of pollen morphology (Ueno's Solid theory)

Dodecahedron (Gypsophila, Alternanthera and Opuntia etc.)

Jitsuro UENO *

生物界においては調和のとれた形態を示す例が多い。例えば葉脈・種子の形状・貝殻の渦・細胞の成長などに美しい形があるので、こ

Table. 1 Surface and volume of polyhedron

	正3角形 4面体 Tetrahedron	正4角形 6面体 Hexahedron	正3角形 8面体 Octahedron	正5角形 12面体 Dodecahedron	正3角形 20面体 Icosahedron	単位球 ($r=1$) Unit sphere
表面積 Surface	6.48	8	6.92	10.51	9.57	12.56 ($4\pi r^2$)
体積 Volume	0.43	1.53	1.33	2.78	2.53	4.18 ($\frac{4}{3}\pi r^3$)
順位 Rank	6	4	5	2	3	1

れに数学の黄金分割 Golden section の比をあてはめようと考えた人もいた。しかし数学的な法則がそのまま適用された例は植物では葉序 Phyllotaxis の開度 divergence におけるフィボナッチーの級数 Fibonacci sequence (一名、シンパー・ブラウンの級数 Schimper-Braun sequence) である。しかし花粉でも興味ある問題である。

花粉形態学における数学的解析の目標のひとつは、まずその外形が球に近い正多面を調べることである。球形花粉の例は多い。しかし球形なのか球に近い多面体なのか問題である。発芽装置の数と配列から、この問題に検討を加えた人はいる。例えばウーズハウス (Wodehouse 1935) は、いくつかの多面体を取り上げて花粉に適用したが、正多面体としては正4面体・正6面体・正12面体考えた。この正多面体はギリシャ時代から、プラトンの5立方体 Five platonic solids として知られている通りである。正3角形4面体・正4角形6面体・正3角形20面体がこれである。これを正多面体・正立方体 Regular polyhedron, Platons polyhedron とよび、この中で最も球形に近いのは、一般の予想を裏切って、正3角形20面体では

なく、正5角形12面体である。

この証明は次の表・1で理解できる。いま単位球 Unit sphere (半径 $r=1$) の中に、これらの正多面体を内接させて、表面積 ($4\pi r^2$) と体積 ($\frac{4}{3}\pi r^3$) を比較すればわかる。

このように正5角形12面体は球に近い合理的形態である。プラトーとソクラテスとの対話 Phaedo の中で、「地球を外の世界からながめた場合、12枚の色のことになった皮革でつくったボールのように見える」とソクラテスは話している。これは上古、ギリシャ人がボールを作るのに、正3角形の皮を20枚用意するよりも、もっと簡単に正5角形の皮を12枚用意してこれをつぎあわせて、表面が丸くなるように、中に詰めものをいれたと考えられていることと合致する。

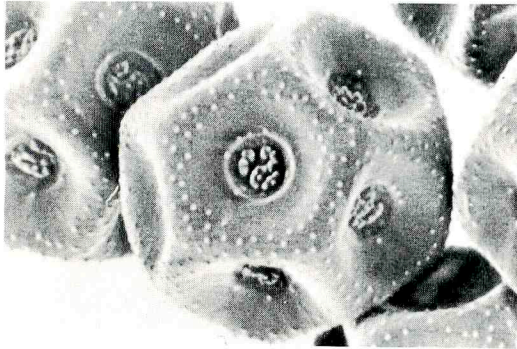
アカザ目 Centrosperme・ナデシコ科 Caryophyllaceae・カスミソウ Gypsophila とアカザ目・ヒユ科 Amaranthaceae・ツルノゲイトウ Alternanthera およびサボテン目 Opuntia versicolor の花粉は正5角形12面体で、各面の中央に1個の発芽装置がある。図・1はカスミソウ Gypsophila elegans 花粉の走査

*静岡市大谷 静岡大学理学部生物学教室

Department of Biology, Faculty of Science, Shizuoka University.

型電子顕微鏡写真J SM-S Iである。直径約24ミクロン、5角形の面の各稜線に14~16の疣状紋 verruca (径約3ミクロン)がある。面の中央は凹み、その中央に径約5ミクロンの口辺margoを備えた発芽孔 germ poreがある。孔の表面膜には口蓋 operculumと思われる不規則な凸凹がある。ただし種類により疣状紋の数や口辺の輪の太さなどが変化する。Gypsophila fastigiata (Erdtman 1969 : Plate 37-1)はその変化の一例である。

図・1 カスミソウ花粉



ヒユ科のツルノゲイトウ属の一種 *Aethernanthera gracilis* は直径約22ミクロン。発芽孔は各面の中央に1個づつあるが、口辺と口蓋とは不明瞭である(Erdtman 1952 : Fig. 11)。ツルノゲイトウ *Aethernanthera sessilis* やホソバツルノゲイトウ *Althernanthera nodifera* は最近、日本に渡来した雑草で、その花粉も調べる必要がある。前記の *Althernanthera gracilis* は時には6孔にもなる。また同じヒユ科の *Tidestromia lanuginosa* は直径17ミクロンでウーズハウス (1942) によると12孔型である。この他、ナデシコ科ハコベ *Stellaria* などにも正五角形12面体12孔粒は見られる。

さてこの正12面体において、各面に1孔づつあれば12孔型であるが、各頂点に1孔づつあると20孔型となり、各稜線に1孔づつあると30孔型となる。20孔型の例は少ないが、ヒユ科・センニチソウ (センニチコウ) *Gomphrena*、ツゲ科 *Buxaceae*・フツキソウ *Pachysandra*、フトモモ科 *Thymelaeaceae*・コガンビ *Diplomorpha* などが考えられる。30孔型としてはタデ科 *Polygonaceae*・サクラタデ *Persicaria* (Wodehouse 1935 : Fig. 100, p. 408) やヒユ科・マンパ

ボタン *Portulacca* (会沢 1971 : 花粉誌 No. 8, p. 108) などに見られる。

ここで検討せねばならないのは発芽装置 (以下略して孔とのみ記す) の数と正多面体との関係である。例えば12孔型は正6面体・正8面体の各稜線に1個あるとき、正20面体の各頂点に1個あるときに見られる。以下、面 face にある12孔は F 12、稜線 edge にある12孔は E 12、頂点 vertex にある12孔は V 12 のように記す。そこで正12面体では V 20孔型・E 30孔型・(F 12 + V 20) 32孔型・(F 12 + E 30) 42孔型・(V 20 + E 30) 50孔型・(F 12 + V 20 + E 30) 62孔型などの変化が予想できる。これ以外にも多孔型と正多面体との関連は更に複雑となる可能性が考えられる。例えば各稜線に数個ある場合などである。要するに12孔型は必ずしも正12面体の F 12孔とは断定できない。そこでこれを調べるには正多面体の平面展開図が必要となる。この平面展開図の面・稜線・頂点などに孔を図示し、各孔の中心と他孔との中心を結ぶ線の組合せと、その角度を測定する。もしもこの2条件から、ある正多面体を推定できるとすると、花粉の一部だけからでも原形の再現が可能となる。また不可能ならば正多面体ではなく、不規則な複合多面体の可能性がある。いま正五角形12面体と正3角形20面体の展開平面図について考えてみよう。E 5孔の中心を結ぶ5本の線の開度は両者とも 72° であり、E 3孔を結ぶ3本の線の開度は両者とも 120° である。つまりこの交叉角だけでは両者の区別はつかない。しかし立体として見ると相違がある。正五角形は各内角は平面では 108° であるが、正五角形12面体の20個の頂点では、3本の稜線の示す角度は $360 \div 3 = 120^\circ$ となる。つまり 108° が 120° に見える。同様に正3角形20面体では、12個の頂点に見られる角度は 72° となり、正3角形の各角は 60° には見えない。この見かけの角度は花粉の走査型電子顕微鏡写真を測定する時に重要となってくる。

すでに6溝粒 (キク科・ダリヤ *Dahlia* や ツルムラサキ科・ツルムラサキ *Basella* など) については正3角形4面体とも正方形6面体と考えられることについては報告した (Ueno 1971)。正多面体として考えられる花粉は多い。しかし正3角形20面体に正確にあてはまる花粉はまだ見ていない。しかるにポリオバイ

ラスではこの型が知られている。やがてバイラスでも正5角形12面体の例が知られるかも知れない。もしも存在しないとすれば誠に興味ある謎である。ここに花粉形態学における数学的解析として、正5角形12

面体の花粉について、上野の立方体理論を示した訳である。この理論が、分類、系統または花粉分析に応用できれば幸である。正20面体その他については後日報告する。

Summary

Among Regular polyhedron, it is the dodecahedron that is most like a sphere. The example of dodecahedron type is *Gypsophila*, *Alternanthera* and *Opuntia* etc. The interrelationship between the number of germ aperture and the face, edge or vertex of polyhedron will be discussed in detail in another paper.

引用文献

- 会沢正義 1971：花粉の発芽と花粉管の伸長・V 日本花粉学会誌 No. 8
Erdtman, G. 1952 : Pollen morphology and plant taxonomy Stockholm.
Erdtman, G. 1969 : Handbook of palynology. Munksgaard.
Martin, P. S. and C. M. Drew 1969 : Scanning electron photomicrographs of Southwestern pollen grains. Jour. Arizona Academy of Science 5-3.
Ueno, J. 1971 : The fine structure of pollen surface; II Dahlia. Reports of Faculty of Science, Shizuoka University. Vol. 6.
Wodehouse, R. P. 1935 : Pollen grains. New York.

バ ッ グ ナ ン バ ー

☆ 会誌第4号～第7号はまだ残部があります。第3号以前はありません。

御希望の方は各冊500円(振替・現金)(送料別)を本会あて送って下さい。

第4号目次(1969.12.30)

- 川崎次男・倉本嗣玉：シダ胞子の発生学的・形態学的研究およびその意義について・A ジュウモン
ジジンダを中心として
- 田尻貞治：関東ローム層における花粉分析法の考察
- 山野井 徹：現生および化石花粉の粒径

第5号目次(1970.6.30)

- 齊藤洋三・藤本穂積：日本の花粉アレルギーに関する花粉学的・アレルギー
- 日本アレルギー学会・日本植物学会における花粉学関係報告要旨

第6号目次(1970.12.30)

- 菅谷愛子・幾瀬マサ：ショウガ科植物の花粉膜の微細構造について(1)
- 渡辺光太郎・市河三次：花粉の発芽に関する一、二の知見
- 石田 肇：花粉・胞子膜の顕微化学的研究(1)
- 日本花粉学会第11回集会報告
- 日本アレルギー学会総会における花粉学関係報告要旨
- 上野実朗：害草手配書

第7号目次(1971.6.30)

- 上野実朗：花粉学用語選定試案
- 上野実朗：害草手配書補遺
- 花粉研究会記録(京都・1966-1970)
- 研究室めぐりⅢ・農林省農業技術研究所生理遺伝科

第8号目次(1971.12.30)

- 木俣美樹男・阪本寧男：葯培養によるコムギ属、エギロブス属およびカモジグサ属植物のカルス
導と器官再分化
- 鈴木幸子・ネギの花粉形成について、特に花粉母細胞から発芽まで
- 会沢正義：花粉の発芽と荷粉管の伸長・V・マツバボタンの花粉とその柱頭への受粉(1)
- 多田 洋：花粉とは何か、概念整理への提言
- 上野実朗：花粉学用語選定試案補遺
- 前田英則・幾瀬マサ：蜂蜜17種中の花粉について
- I P D B C について
- 岩波洋造：花粉を有機溶媒に入れる。
- 研究室めぐりⅣ・国立遺伝学研究所生理遺伝部および変異遺伝部
- 日本花粉学会第12回集会報告